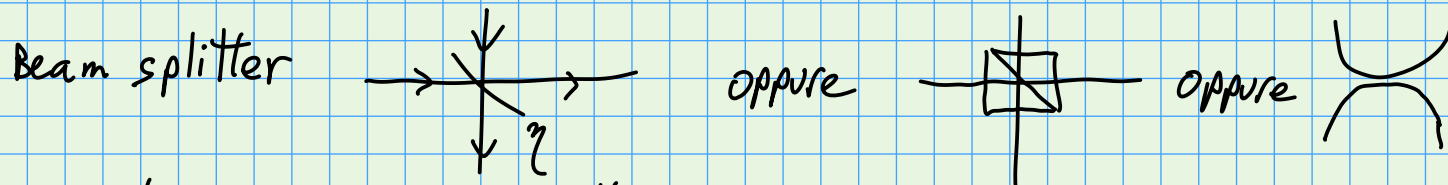
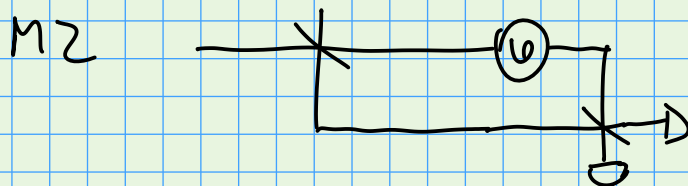
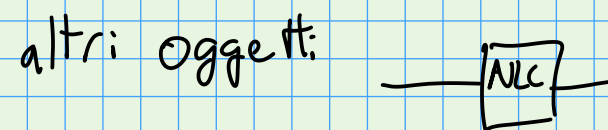
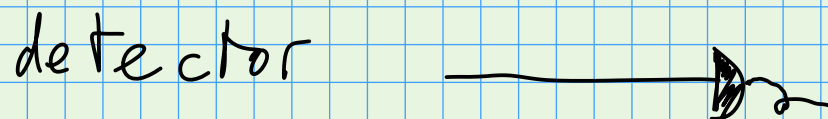
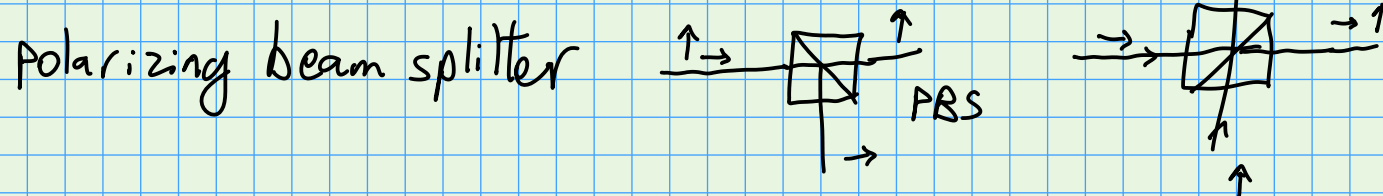
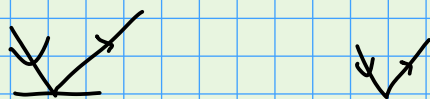


TEORIA della rivelazione

SIMBOLI USATI NEGLI SCHEMI SPERIMENTALI



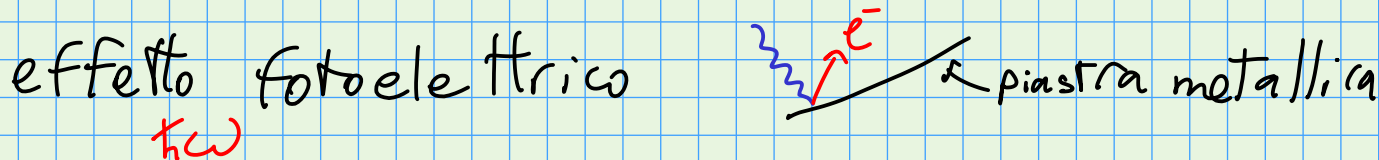
specchio \rightarrow varia il vettore \vec{u}



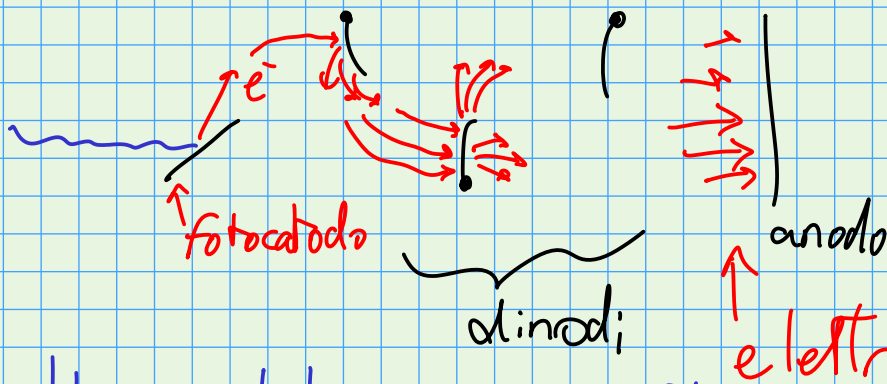
Teoria rivelazione

- DIRECT DETECTION \rightarrow misura del numero di fotoni

$$N = a^\dagger a$$



Tubo fotomoltiplicatori: → effetto a cascata



molto sensibili → singolo fotone almeno un fotone
 alta efficienza quantica

ma non permettono di discriminare quanti fotoni arrivano
non-single photon resolving, single photon detection

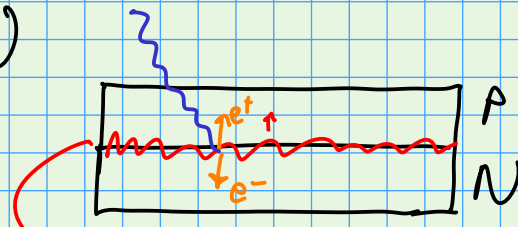
rivelatori a valanga POVM → $\Pi_0 = |0\rangle\langle 0|$ ← no fotoni
↑ no click

$$\Pi_1 = 1 - |0\rangle\langle 0| = \sum_{n=1}^{\infty} |n\rangle\langle n|$$

↑ click

Photodiode → dispositivo a stato solido.

Giunzione PN



Zona svuotamento

energia fotone crea coppia elettrone - buca
 → e^- va verso N } ⇒ ddp
 e^+ " " P

effetto fotovoltaico

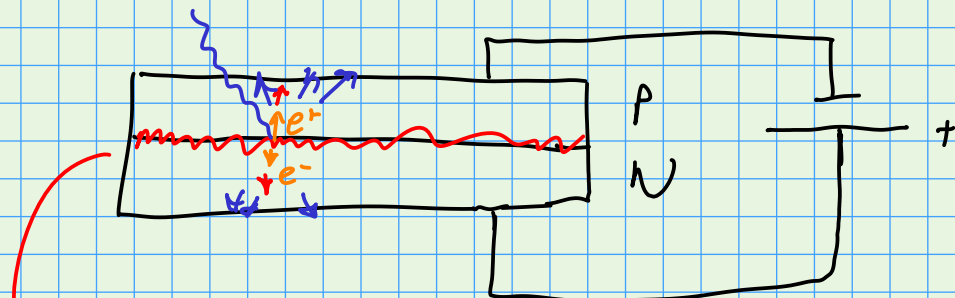
POCO SENSIBILI → non vedono singoli fotoni
 alta efficienza quantica → quasi tutta l'energia in

arrivo e^- tradotta in $e^- e^+$

adatti per rivelatori omodina

AVALANCHE PHOTODIODE (APD)

giunzione PN con una tensione inversa applicata



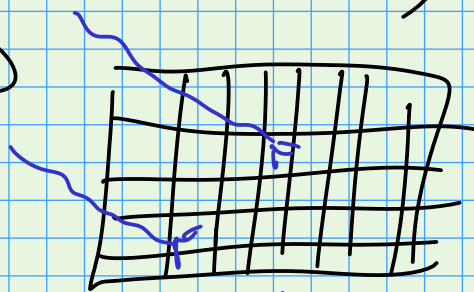
la zona di svuotamento e^- aumentata

e^- , e^+ sono attratti dal campo elettrico del generatore
 sono accelerati in modo che sbattono contro
 il reticolo cristallino \rightarrow generano nuove coppie $e^- e^+$
 (ionizzazione da collisioni) \Rightarrow fenomeno a valanga
 molto sensibili \rightarrow vedono anche il singolo fotone
 non-single photon resolving \rightarrow non sanno dire quanti
 fotoni sono arrivati

di solito a seconda della tensione (reverse bias) posso usare lo stesso dispositivo come fotodiode o APD

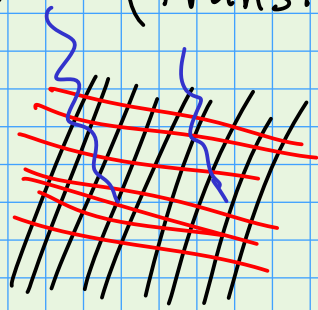
VLPC (visible light photon counter)

matrice di APD



single photon resolving \rightarrow quante cascate

TES (transition edge sensor)



griglia fitta di cavi superconduttori

tenuti a temperatura appena sotto la temperatura critica

un fotone colpisce un cavo e aumenta $T > T_c$

⇒ l'arrivo di un fotone è visto come un aumento temporaneo della resistenza del cavo

⇒ single photon resolving
alta efficienza quantica

microcalorimetri → termometri molto sensibili
→ quanti fotoni sono arrivati

valanga PVM $\Pi_0 = |0\rangle\langle 0|$

$$\Pi_1 = |1\rangle\langle 1|$$

single photon resolving ideale → $\Pi_n = |n\rangle\langle n|$
↑ sono arrivati n fotoni

misura dell'operatore numero $N = a^\dagger a = \sum_n n |n\rangle\langle n|$
↑ autov. e autov. n

Parametri che identificano i detectors:

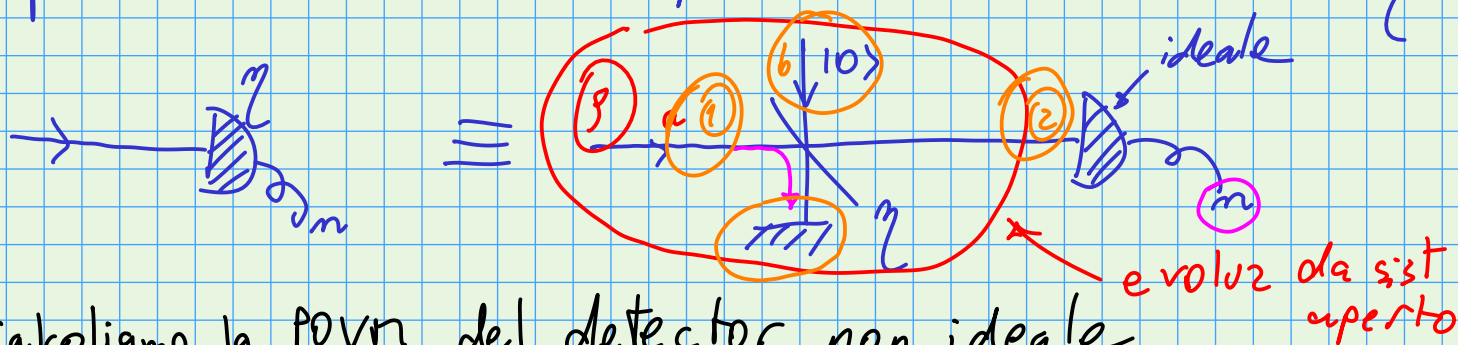
① efficienza quantica $\eta \in [0, 1]$ = percentuale di fotoni che vedo
 $1 - \eta$ = perc fotoni persi

② Dark counts \rightarrow conteggi di buio quanti falsi
 eventi per unità di tempo ↑
non corrispondono a un fotone

③ Dead time (repetition rate) \rightarrow quanto aspetto dopo una rivelazione (quante rivelazioni posso fare al massimo)

EFFICIENZA QUANTICA

si può dimostrare da principi primi che un detector inefficiente è equivalente ad un detector ideale preceduto da beam splitter di trasmissività γ



calcoliamo la POVM del detector non ideale

$$\Pi_m = \sum_{k=m}^{\infty} \binom{k}{m} \gamma^m (1-\gamma)^{k-m} |k\rangle\langle k|$$

$$= |m\rangle\langle m|$$

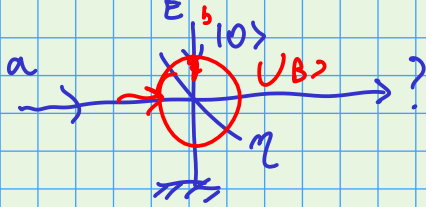
↑ $\gamma=1$ caso ideale

evoluz a tempo discreto ① \rightarrow ②

$$\rho_{\text{②}} = \Lambda[\rho_{\text{①}}] = \sum_{m \in \text{Kraus}} V_m \rho V_m^\dagger$$

V_m è op Kraus
 ↑ parziale accoppiam
 ↓ di sistema ↓ sis-env
 ↑ di sistema ↓ sis-env
 ↓ di sistema ↓ sis-env

† di rappres unitaria $\Lambda[\rho_{\text{①}}] = \text{Tr}_E [U(\rho_{\text{①}} \otimes \omega)U^\dagger]$



$\omega = 10 \times 0!$ $U = U_{BS}$
 st iniz environment $E = m \text{odo } b$

$$\Lambda[\rho] = \text{Tr}_E \left[\left(U (\rho \otimes \omega) U^\dagger \right) \right] = \sum_m \langle b_m | U \rho \otimes \omega U^\dagger | b_m \rangle$$

↑
sist + environ → e- sist isolato ⇒ evoluz unit

tr parziale su E, mi dà lo stato sistema

$$\text{Tr}_E [\rho_{SE}] = \rho_S$$

$$= \sum_m \langle b_m | U \rho \otimes |\varphi\rangle\langle\varphi| U^\dagger | b_m \rangle = \sum_m \langle b_m | U | \varphi \rangle \rho \langle \varphi | U^\dagger | b_m \rangle$$

↑ $\omega = |\varphi\rangle\langle\varphi|$ op di sistema = V_m

$$\stackrel{\text{def}}{=} \sum_m V_m \rho V_m^\dagger$$

$\omega = 10 \times 0!$ $|\varphi\rangle = |0\rangle$ st di Fock
 $U = U_{BS}$ $|b_m\rangle = |m\rangle$ scelta

BCH

$$V_m = \langle b_m | U | \varphi \rangle = \langle m | U_{BS} | 0 \rangle =$$

$$\langle m | e^{-\alpha a b^\dagger} \eta^{\frac{1}{2}(a^\dagger a - b^\dagger b)} e^{\alpha a b} | 0 \rangle = \langle m | e^{-\alpha a b^\dagger} | 0 \rangle \eta^{\frac{\alpha^\dagger a}{2}}$$

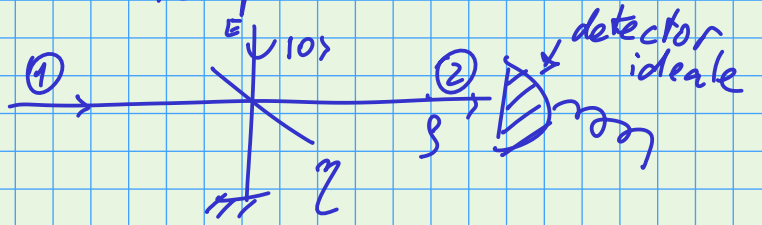
$\alpha = \sqrt{\eta^\dagger - 1}$ dmsu

$$= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-\alpha)^k}{k!} \langle m | b^{\dagger k} | 0 \rangle a^k \eta^{\frac{\alpha^\dagger a}{2}} = \frac{(-\alpha)^m}{\sqrt{m!}} a^m \eta^{\frac{\alpha^\dagger a}{2}}$$

$\sqrt{k!} |k\rangle$

$$= (-1)^m \frac{\sqrt{\eta^{-1}-1}}{\sqrt{m!}} \alpha^m \gamma^{\frac{a+a}{2}}$$

→ op kraus per l'evoluz a tempo discreto

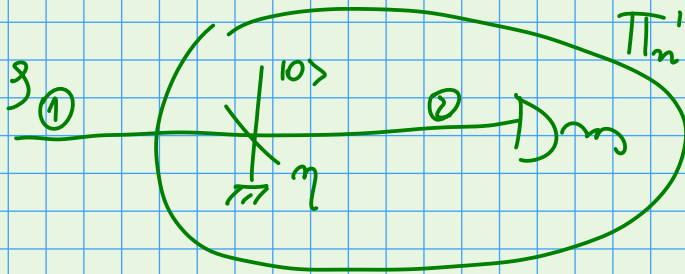


$$\rho_0 = \sum_m V_m \rho_0 V_m^\dagger$$

Povm del detector:

$$P(m) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{regole} \\ \text{Born}}}{=} \text{Tr} \left[\rho_0 \underbrace{|m\rangle\langle m|}_{\Pi_m \text{ detector ideale}} \right] = \text{Tr} \left[\sum_m V_m \rho_0 V_m^\dagger |m\rangle\langle m| \right]$$

$$\underset{\substack{\uparrow \\ \text{LIPCT}}}{=} \text{Tr} \left[\rho_0 \left(\sum_m V_m^\dagger |m\rangle\langle m| V_m \right) \right] = \text{Tr} \left[\rho_0 \Pi_m \right]$$



$$\Pi'_m = \sum_m V_m^\dagger |m\rangle\langle m| V_m$$

$$\Pi'_m = \sum_m (-1)^m \frac{(\eta^{-1}-1)^m}{m!} \eta^{\frac{a+a}{2}} \alpha^{n+m} |m\rangle\langle m| \alpha^m \gamma^{\frac{a+a}{2}}$$

$$V_m = (-1)^m \frac{(\sqrt{\eta^{-1}-1})^m}{\sqrt{m!}} \alpha^m \gamma^{\frac{a+a}{2}}$$

$$V_m^\dagger = (-1)^m (\dots) \eta^{\frac{a+a}{2}} \alpha^{n+m}$$

$$= \langle n+m | \frac{\sqrt{(n+m)!}}{\sqrt{m!}}$$

$$= \langle n+m | \frac{\sqrt{(n+m)!}}{\sqrt{m!}}$$

$$= \sum_m \frac{(\eta^{-1}-1)^m}{m!} \frac{(n+m)!}{m!} \eta^{\frac{a+a}{2}} |n+m\rangle\langle n+m| \eta^{\frac{a+a}{2}}$$

$$\eta^{\frac{a+a}{2}} |n+m\rangle\langle n+m| \eta^{\frac{a+a}{2}}$$

$$= \sum_{m=0}^{\infty} (\eta^{-1} - 1)^m \eta^{n+m} \binom{n+m}{m} |n+m \times n+m|$$

$$= \sum_{k=m}^{\infty} \binom{k}{m} \eta^k (\eta^{-1} - 1)^{k-m} |k \times k| =$$

$k \stackrel{\text{def}}{=} m+m$

$(1-\eta)^{k-m} \eta^{n-k}$

$$= \sum_{k=m}^{\infty} \binom{k}{m} \eta^m (1-\eta)^{k-m} |k \times k| = \Pi'_m$$

≥ 0


ce ne sono k

$k \geq n$

vede n fotoni

verifichiamo che Π'_m sia una POVM: ovvio $\Pi'_m \geq 0$
 sono ^{somme di} proiettori con coeff positivi

$$\sum_n \Pi'_n \stackrel{?}{=} 1$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=n}^{\infty} \binom{k}{n} \eta^n (1-\eta)^{k-n} |k \times k| =$$


$$= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{n=0}^k \binom{k}{n} \eta^n (1-\eta)^{k-n} |k \times k| =$$

$$(\eta + 1 - \eta)^k = 1$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \binom{k}{n} a^n b^{k-n} = (a+b)^k$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} |k \times k| = 1$$

risoluzione spettrale identità

$$P(n) = \text{Tr} \left[\rho_{\text{in}} \Pi'_n \right] \stackrel{\uparrow}{=} \text{Tr} \left[|m\rangle\langle m| \Pi'_n \right] =$$

$$\rho_{\text{in}} = |m\rangle\langle m|$$

$$= \binom{m}{n} (1-\eta)^{m-n} \eta^n \quad \& \text{ distribuz Poissoniana}$$

che ci aspettiamo se da m fotoni ne perdiamo una frazione $1-\eta$