# FISICA 2 18/12/20

ELD con forme

campo el

$\vec{E}$ duale alle forme $^1\mathcal{E}$, $^2\mathcal{E}$

$$^1\mathcal{E} = * \, ^2\mathcal{E} \qquad ^2\mathcal{E} = {}^2\mathcal{D}/\varepsilon_0$$

$^2\mathcal{D}$ duale vett spost $\vec{D}$

campo mag

$\vec{B}$ duale alle forme $^1\mathcal{B}$, $^2\mathcal{B}$ ~~+~~ $^1\mathcal{B} = * \, ^2\mathcal{B}$

$$^1\mathcal{B} = {}^1\mathcal{H}\mu_0 \qquad ^1\mathcal{H} \text{ duale vett } \vec{H}$$

densità corrente $^2\mathcal{J}$ duale $\vec{j}$

" carica $^3\rho$ " $\rho$

## Eq Maxw

① $\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \rho/\varepsilon_0 \iff \int_V d^3r \, \vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \int_V d^3r \, \rho/\varepsilon_0$

$$\int_V d^3r \, \vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \int_{\partial V} d^2r \, \vec{n}\cdot\vec{E}$$

$$\int_{\partial V} {}^2\mathcal{E} = \int_V {}^3\rho/\varepsilon_0 \quad \forall V$$

t. Stokes gen

$$\int_{\partial V} {}^2\mathcal{E} = \int_V {}^1\nabla \wedge {}^2\mathcal{E}$$

$$\Rightarrow \boxed{{}^1\nabla \wedge {}^2\mathcal{E} = {}^3\rho/\varepsilon_0, \quad {}^1\nabla \wedge {}^2\mathcal{E} = d\,{}^2\mathcal{E}}$$

1° eq M

$$d\,{}^2\mathcal{D} = \rho$$

② $\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \iff \int_S d^2r \, \vec{n}\cdot(\vec{\nabla}\times\vec{E}) = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S d^2r \, \vec{n}\cdot\vec{B}$

$$\int_{\partial S} d\vec{r} \cdot \vec{E}$$ 1° t Stokes

in termini di forme:

$$\int_{\partial S} {}^1\mathcal{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\int_S {}^2B \quad \forall S \quad \Rightarrow \quad \boxed{\begin{gathered} {}^1\nabla \wedge {}^1\mathcal{E} = -\frac{\partial}{\partial t}{}^2B \\ d\mathcal{E} = -\frac{\partial B}{\partial t} \end{gathered}}$$

II t. Stokes gener

$$\int_S {}^1\nabla \wedge {}^1\mathcal{E}$$

③ $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ analog al ①

$$\boxed{\begin{gathered} {}^1\nabla \wedge {}^2B = 0 \\ dB = 0 \end{gathered}}$$ 3° M

④ $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ analog al ②

$$\boxed{{}^1\nabla \wedge {}^1B = \mu_0\, {}^2J + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial\, {}^2\mathcal{E}}{\partial t}}$$

4° eq Maxw

eq Maxw in presenza di materiali

$\vec{P}$ polariz $\xrightarrow{\text{duale}}$ ${}^2P$

$\vec{M}$ magnetizzaz $\xrightarrow{\text{duale}}$ ${}^1\mathcal{M}$

forma spostam ${}^2D = \varepsilon_0\, {}^2\mathcal{E} + {}^2P$

forme campo magnetico ${}^1q_{of} = {}^1B/\mu_0 - {}^1\mathcal{M}$

$$\boxed{\begin{array}{ll} d\,{}^2\mathcal{D} = {}^3\rho_f & d\,{}^1\mathcal{E} = -\frac{\partial}{\partial t}\,{}^1\mathcal{B} \\ d\,{}^2\mathcal{B} = 0 & d\,{}^1\mathcal{H} = \frac{\partial\,{}^2\mathcal{D}}{\partial t} + {}^2\mathcal{J}_f \end{array}}$$

legge di conservaz carica $\boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{j} + \frac{\partial\rho}{\partial t} = 0}$

analogo alla (1) $\rightarrow$ $\boxed{{}^1\nabla \wedge {}^2\mathcal{J} + \frac{\partial\,{}^3\rho}{\partial t} = 0}$

densità di energia del campo elm: $w = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0}\right)$

$\hookrightarrow {}^3w = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_0\,{}^1\mathcal{E}\wedge{}^2\mathcal{E} + {}^1\mathcal{B}\wedge{}^2\mathcal{B}/\mu_0\right)$

$${}^1\mathcal{E}\wedge{}^2\mathcal{E} = \underbrace{\left(E_x\,{}^1dx + E_y\,{}^1dy + E_z\,{}^1dz\right)}_{{}^1\mathcal{E}}\wedge$$

coord cartes

$$\wedge\underbrace{\left(E_x\,{}^1dy\wedge{}^1dz + E_y\,{}^1dz\wedge{}^1dx + E_z\,{}^1dx\wedge{}^1dy\right)}_{{}^2\mathcal{E}}$$

$$= E_x^2\,dx\wedge dy\wedge dz + E_y^2\,\underbrace{dy\wedge dz\wedge dx}_{=\,dx\wedge dy\wedge dz} + E_z^2\,\underbrace{dz\wedge dx\wedge dy}_{=\,dx\wedge dy\wedge dz}$$

$$= \left(E_x^2 + E_y^2 + E_z^2\right){}^1dx\wedge{}^1dy\wedge{}^1dz = 2w_E\,{}^1dx\wedge{}^1dy\wedge{}^1dz$$
$$= 2\,{}^3w_E$$

t. Poynting

vett Poynting $\vec{S} \overset{def}{=} \frac{\vec{E}\times\vec{B}}{\mu_0}$

duale $\,^2S = \,^1\mathcal{E} \wedge \,^1\mathcal{B} / \mu_0$

$$\frac{dW_{TOT}}{dt} = -\int_V d^3r\, \vec{E}\cdot\vec{j} = \int_{\partial V} d^2r\, \vec{n}\cdot\vec{S} + \frac{d}{dt}\int_V d^3r\, w$$

$\parallel \leftarrow$ t Gauss

$$\int_V d^3r\, \vec{\nabla}\cdot\vec{S}$$

$\forall V$

$$-\vec{E}\cdot\vec{j} = \vec{\nabla}\cdot\vec{S} + \frac{\partial w}{\partial t}$$

$$\boxed{-\,^1\mathcal{E}\wedge\,^2j = \,^1\nabla\wedge\,^2S + \frac{\partial\,^3w}{\partial t}}$$

POTENZIALI in termini di forme

$V \xrightarrow{\text{duale}} \,^0V$

$\vec{A} \xrightarrow{\text{duale}} \,^1a$

def dei pot

$\vec{\nabla}\times\vec{A} = \vec{B} \longrightarrow \,^1\nabla\wedge\,^1a = \,^2\mathcal{B}$

$\vec{E} = -\vec{\nabla}V - \frac{\partial\vec{A}}{\partial t} \longrightarrow \,^1\mathcal{E} = -\,^1\nabla\wedge\,^0V - \frac{\partial\,^1a}{\partial t}$

t gradiente

Libertà di gauge

$\vec{A} \xrightarrow{Tg} \vec{A}' = \vec{A} + \vec{\nabla}\Lambda$ $\quad \Lambda$ campo scal $\Rightarrow \,^0\Lambda$

$V \to V' = V - \frac{\partial\Lambda}{\partial t}$

libertà gauge $\boxed{\begin{aligned} {}^1a' &= {}^1a + {}^1\nabla \wedge {}^0\Lambda \\ {}^0V' &= {}^0V - \frac{\partial}{\partial t}{}^0\Lambda \end{aligned}}$

eld relativistica anche si può scrivere in termini di forme $\longrightarrow$ forme def su $\mathbb{R}^4$

## CONCLUSIONI

1. STRUTTURA FORMALE TEORIE FISICHE
2. ELS per cariche libere
3. " in presenza di dielettrici
4. magnetost
5. " " " " materia

$\Big\}$ caso statico

6. elettrodinamica
7. onde elm
8. Relatività speciale
9. circuiti elettrici
10. eld in termini delle forme

Sito web corso

meccanicaquantistica.it/people/maccone/fisica2

↳ registro del corso

: filmati del corso

riferimenti bibliografici → libri di testo

→ materiale per le forme

maccone@unipv.it

perché?

elenco di errori comuni all'esame → evitate

non mettere le etichette sugli assi

non dimenticate il $\boxed{\text{CONTROLLO DIMENSIONALE !}}$

$A = B$ A e B devono avere le stesse dimensione

$A + B$

$A = \int dx\, C$ A deve avere le dim di $dx \times C$