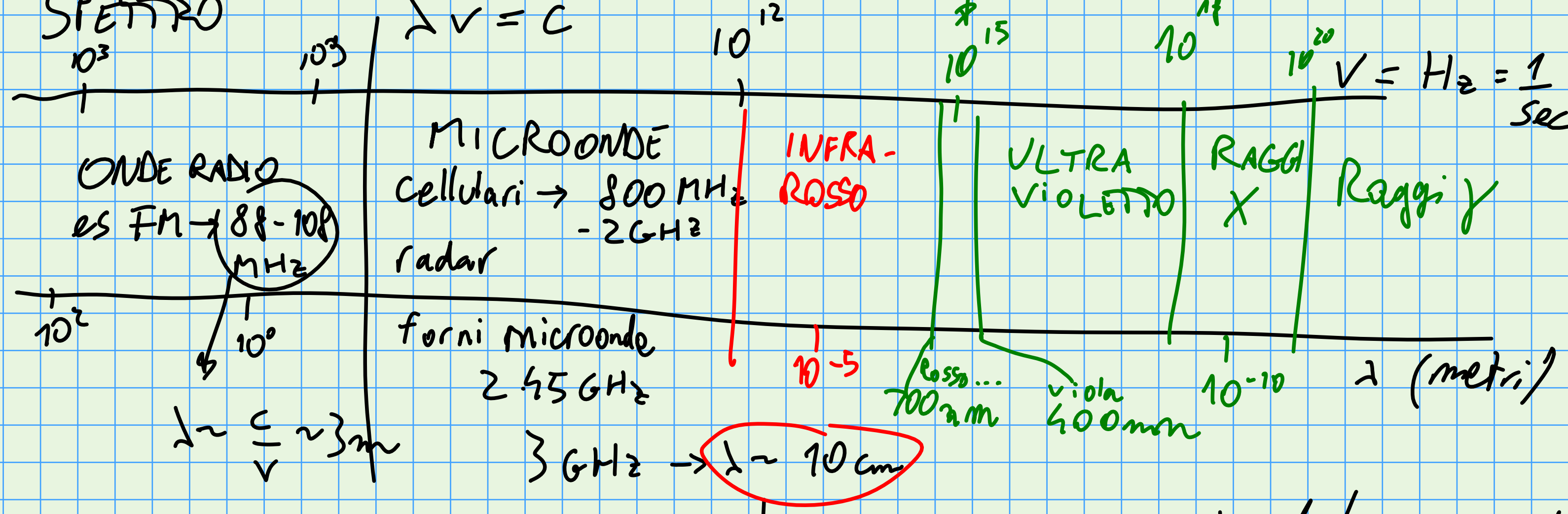
FISICA 2 25/11/20

ONDE ELM

SPETTRO



↳ spiega perché la griglia del microonde funziona come gabbia di Faraday per microonde, ma lascia passare luce

FLUSSO di energia onde elm

consideriamo onda con un unico $\vec{k}$ $\qquad \vec{\mathcal{E}}(\vec{k}') = \delta(\vec{k}' - \vec{k})\vec{\mathcal{E}}$

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \int d^3k' \, \vec{\mathcal{E}}(k') \, e^{+i(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)} = \underbrace{\left| \vec{\mathcal{E}}(\vec{k}) \, e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)} + CC \right|}_{\omega = ck}$$

densità di volume di en

t. di Poynting $\quad w = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0}\right) = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_0 + \overset{\varepsilon_0}{\frac{1}{c^2 \mu_0}}\right) E^2 =$

in un'onda $B = E/c$

$= \varepsilon_0 E^2$

vett di Poynting $\quad \vec{S} \overset{def}{=} \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu_0} = \overset{\varepsilon_0 c}{\frac{1}{c\mu_0}} E^2 \frac{\vec{k}}{k}$ → versore $\parallel \vec{k}$ vett d'onda

$\vec{E} \perp \vec{B}$, $B = E/c$

$$\vec{S} = \varepsilon_0 c E^2 \frac{\vec{k}}{k} = \boxed{c \, w \frac{\vec{k}}{k}}$$

vett di Poynting è $\propto$ al flusso di en trasportato dalle onde elm

FLUSSO del momento (quantità di moto)

$$\vec{P}_{T\sigma} = \varepsilon_0 \mu_0 \vec{S} = \frac{\vec{S}}{c^2} = \frac{w}{c}\frac{\vec{k}}{k}$$

densità di vol di momento

POLARIZZAZIONE delle ONDE

[ATTENZIONE non ha niente a che vedere con $\vec{E}$ → in els hanno lo stesso nome

onde trasverse ⇒ la direzione del campo el nello spazio ci dà la polarizz

def Polarizzaz è un vett // al campo el dell'onda

$$\underbrace{\vec{\mathcal{E}}(\vec{k}) \stackrel{def}{=} \left(\vec{e}_1 \mathcal{E}_1 + \vec{e}_2 \mathcal{E}_2\right)}$$

vive in un piano ⊥ a $\vec{k}$

componenti sulla base $\vec{e}_1, \vec{e}_2$

$\vec{e}_1 \perp \vec{e}_2$ sono versori ⊥ a $\vec{k}$ e ⊥ fra loro

↳ base per i vettori nel piano ⊥ a $\vec{k}$

Onda elm $\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{\mathcal{E}}(\vec{k})\, e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)} + c.c.$

$\vec{E} \in \mathbb{R}$, $\vec{\mathcal{E}} \in \mathbb{C}$

quale è la direz nello spazio $\vec{r}$, e nel tempo t della polarizzaz?

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \left(\vec{e}_1 \underset{\in \mathbb{C}}{\mathcal{E}_1} + \vec{e}_2 \underset{\in \mathbb{C}}{\mathcal{E}_2}\right) e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t)} + c.c.$$

$$= \left(\vec e_1 |\mathcal{E}_1| e^{i\varphi_1} + \vec e_2 |\mathcal{E}_2| e^{i\varphi_2}\right) e^{i(\vec k\cdot\vec r-\omega t)} + cc$$

$z \in \mathbb{C}$ $\quad z = \rho e^{i\varphi} = |z| e^{i\varphi}$

$$= \vec e_1 |\mathcal{E}_1| e^{i(\vec k\cdot\vec r-\omega t+\varphi_1)} + \vec e_2 |\mathcal{E}_2| e^{i(\vec k\cdot\vec r-\omega t+\varphi_2)} + cc$$

$$= 2\left(\vec e_1 |\mathcal{E}_1| \cos(\vec k\cdot\vec r-\omega t+\varphi_1) + \vec e_2 |\mathcal{E}_2| \cos(\vec k\cdot\vec r-\omega t+\varphi_2)\right)$$

$e^{i\vartheta} + e^{-i\vartheta} = 2\cos\vartheta$

$$= |\vec E| \left(\vec e_1 \cos\vartheta + \vec e_2 \sin\vartheta(\vec r,t)\right)$$

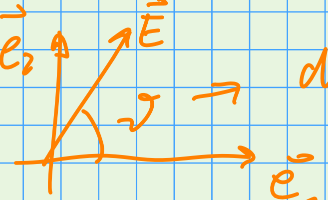
nel piano spannato da $\vec e_1, \vec e_2$ ho

$$x = |\mathcal{E}_1| \cos(\dots+\varphi_1) = \rho\cos\vartheta$$
$$y = |\mathcal{E}_2| \cos(\dots+\varphi_2) = \rho\sin\vartheta$$

$$\rho = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{|\mathcal{E}_1|^2\cos^2(\dots+\varphi_1) + |\mathcal{E}_2|^2\cos^2(\dots+\varphi_2)} \overset{def}{=} \frac{|\vec E|}{2}$$

$$\vartheta = \arctan\frac{y}{x} = \arctan\frac{|\mathcal{E}_2|\cos(\vec k\cdot\vec r-\omega t+\varphi_2)}{|\mathcal{E}_1|\cos(\dots+\varphi_1)}$$

ϑ rappresenta l'angolo di rotaz del vettore $\vec E$ nel piano $\vec e_1, \vec e_2$ $\perp$ a $\vec k$

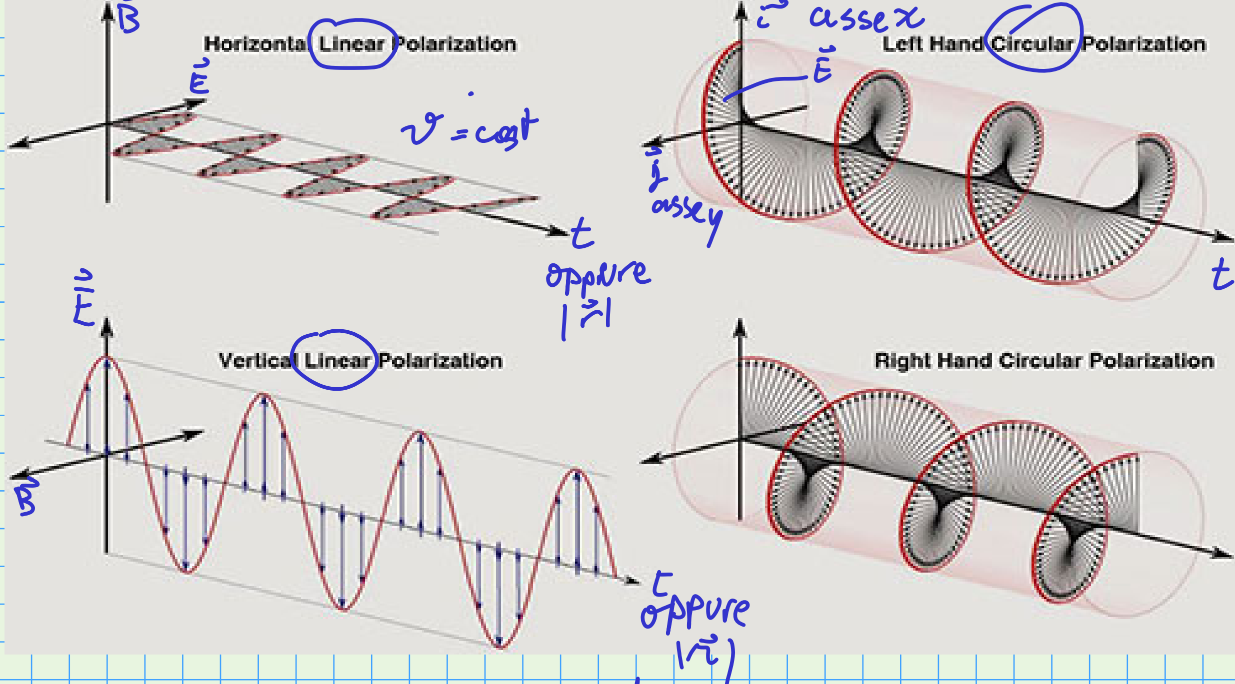


$\rightarrow$ direz del vett $\vec E$ in funzione di $\vec r, t$

POLARIZZ LINEARE dell'onda $\overset{def}{\Leftrightarrow}$ $\varphi_1 = \varphi_2 \Rightarrow \vartheta = \arctan\frac{|\mathcal{E}_2|}{|\mathcal{E}_1|}$

è indip da $\vec r$ e da t : l'angolo ϑ è cost nel tempo e nello spazio

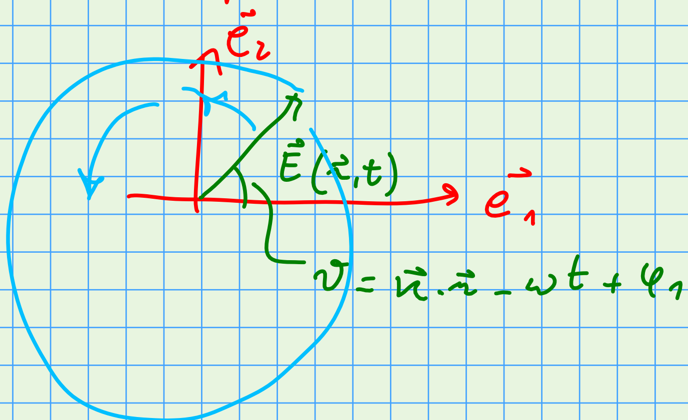
$\rightarrow$ rappresenta un'onda dove il campo el rimane parallelo a se stesso

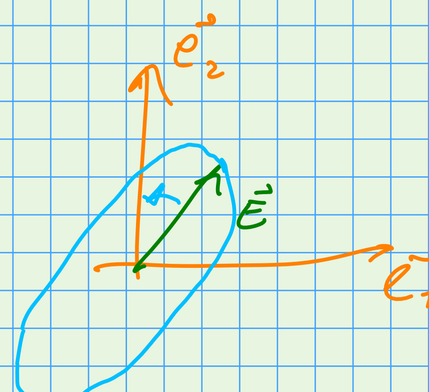


def polarizz circolare $\overset{def}{\iff}$ $|\mathcal{E}_1| = |\mathcal{E}_2|$ $\quad \varphi_1 = \varphi_2 - \frac{\pi}{2}$

$\vartheta = \arctg \ldots = \vec{k}\cdot\vec{r} - \omega t + \varphi_1$ ← aumenta linearmente con $|\vec{r}|$
diminuisce " " t

il vettore $\vec{E}$ descrive una circonferenza in fn di t o di $|\vec{r}|$ nel piano $\vec{e}_1, \vec{e}_2$



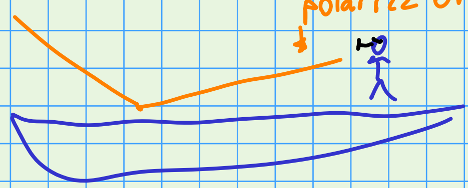


Caso generale POLARIZZAZ ELLITTICA

ONDA ha polarizz lineare / circolare / ellittica $\overset{def}{\iff}$ TUTTE le componenti $\vec{\mathcal{E}}(\vec{k})$ dell'onda hanno la stessa polarizzaz

APPLICAZIONI: occhiali Polaroid: la luce riflessa da una sup è polarizzata ∥ alla sup

polarizz oriz



Occhiali polaroid: filtro che blocca la polarizz. orizzontale

⇒ eliminano completam la la luce riflessa

CINEMA 3D: a ciascun occhio arriva un'immagine diversa

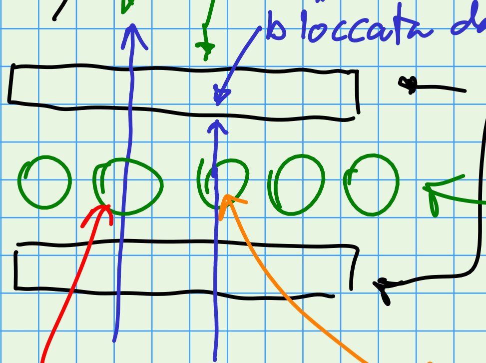
Display a cristalli liquidi

bianco

nero

bloccata dal 2° filtro: ruotata

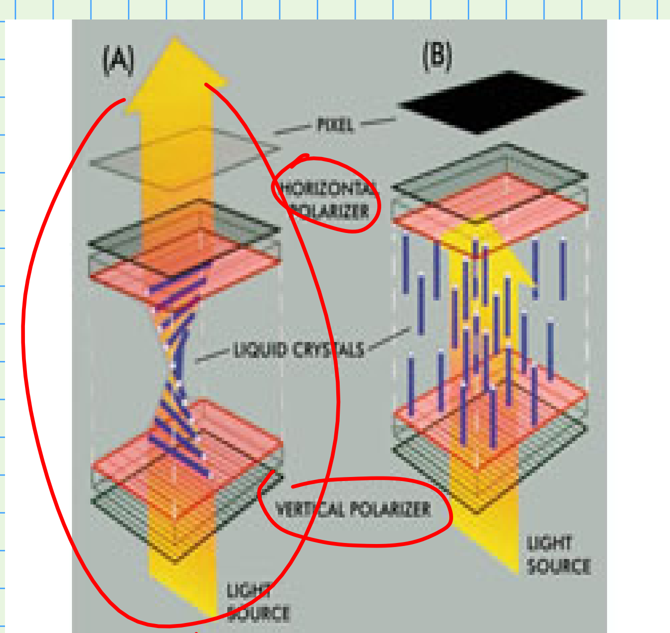
filtri paralleli



cristalli: se attraversati da corrente ⇒ ruotano la polarizzaz di $\frac{\pi}{2}$

passa corrente

non passa corrente



pixel bianco

ONDE ELM nei materiali ⇒ riflessione, rifrazione

caso materiali lineari e isotropi, senza cariche libere $0 = \rho_f$, $\vec{j}_f = 0$

$\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$ ← permettività dielettrico

$\vec{H} = \dfrac{\vec{B}}{\mu}$ ← permeabilità magnetica

eq maxw

1° $\vec{\nabla}\cdot\vec{D} = \rho_f = 0 \Rightarrow \vec{\nabla}\cdot\vec{E} = 0$

2° $\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

3° $\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$

4° $\vec{\nabla}\times\vec{H} = \cancel{\vec{j}_f} + \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t} \Rightarrow \dfrac{\vec{\nabla}\times\vec{B}}{\mu} = \varepsilon\dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ $\quad \vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu\varepsilon\dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

rot di ambo im

$$\vec{\nabla}\times\left(\vec{\nabla}\times\vec{B}\right) = \mu\varepsilon\frac{\partial}{\partial t}\vec{\nabla}\times\vec{E} \quad \left(= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right)$$

$$\vec{\nabla}(\underbrace{\vec{\nabla}\cdot\vec{B}}_{=0}) - \nabla^2\vec{B} = -\mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2} \Rightarrow \boxed{\nabla^2\vec{B} - \mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2} = 0}$$

$$\Box = \nabla^2 - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}$$

eq d'onda per onda con vel $v = \dfrac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \neq c = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$

il materiale ha rallentato la velocità di propagaz

$v = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \stackrel{def}{=} \dfrac{c}{n}$ cioè $n \stackrel{def}{=} \sqrt{\dfrac{\varepsilon\mu}{\varepsilon_0\mu_0}} \geq 1$ ← INDICE di RIFRAZIONE

$c = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$

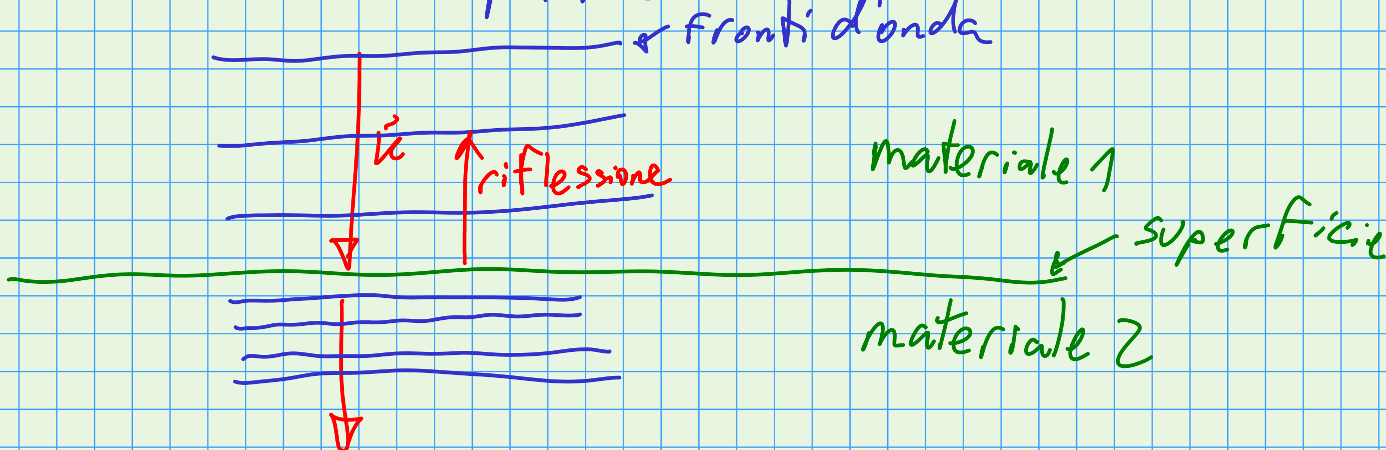
$B = E/c$ diventa $B = E/v$ nel materiale

$w = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0}\right)$ diventa $w = \frac{1}{2}\left(\varepsilon E^2 + \frac{B^2}{\mu}\right)$

vett di Poynting $\vec{S} = \frac{\vec{E} \times \vec{B}}{\mu}$ $\Rightarrow$ intensità $I = v \varepsilon E^2$

RIFLESSIONE e RIFRAZIONE: quando la luce incontra una superficie che separa due materiali

caso di $\vec{k}$ $\perp$ alla superficie



avevamo ricavato che $D_1^\perp = D_2^\perp$ $\exists$ la comp $\perp$ del $\vec{D}$ si conserva

$\Updownarrow$

$E_1^\perp \varepsilon_1 = E_2^\perp \varepsilon_2$ ← flusso di $\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f$ per una scatola di fiammiferi

avevamo visto $\boxed{E_1^{\parallel} = E_2^{\parallel}}$ ← le compon tangenziali si conservano

ricavato con t. stokes

$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0$

vale anche in eldin $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ perché il flusso di $\vec{B}$ attraverso la sup S che chiude $C \to 0$ per $d \to 0$

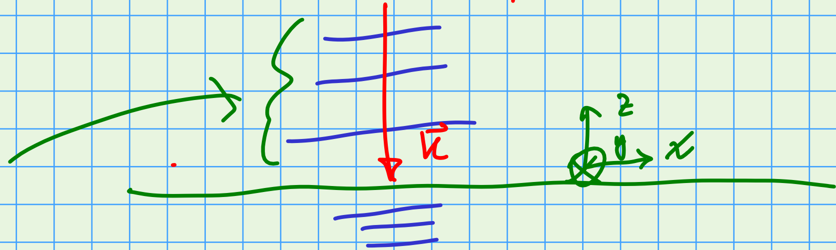
$B_1^{\perp} = B_2^{\perp}$ e $H_1^{\parallel} = H_2^{\parallel}$

$$\Updownarrow$$

$$B_1^{\parallel}/\mu_1 = B_2^{\parallel}/\mu_2$$

$\vec{k}$ vettor d'onda parallelo all'asse z

$\vec{E} \parallel$ asse x , $\vec{B} \parallel$ asse y



Onda incidente — vettore d'onda $\vec{k}_1$ nel materiale 1

$$\vec{E}_I = \mathcal{E}_{0I}\, e^{i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t)}\, \vec{i} + CC$$

$\vec{i}$ versore $\parallel$ asse x

$$\vec{B}_I = \frac{\mathcal{E}_{0I}}{v}\, e^{i(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t)}\, \vec{j} + CC$$

$\vec{j}$ asse y

l'onda riflessa torna indietro

onda riflessa

$$\vec{E}_R = \mathcal{E}_{0R}\, e^{i(-\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t)}\, \vec{i} + CC$$

$$\vec{B}_R = -\frac{\mathcal{E}_{0I}}{v}\, e^{i(-\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t)}\, \vec{j} + CC$$

$\vec{B}$ è uno pseudovettore! $\Rightarrow$ guadagna - per riflès