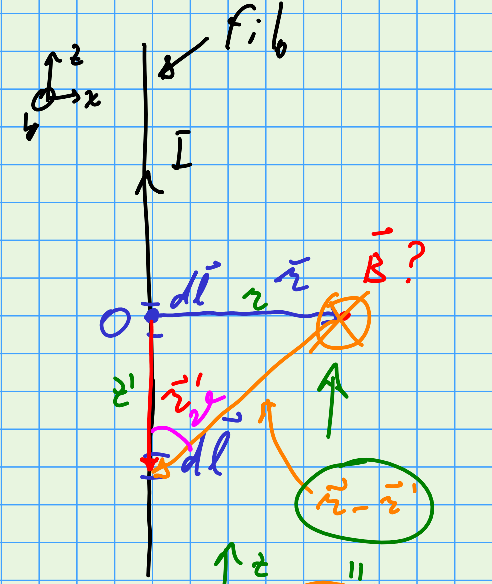
FISICA 2 3/11/20

MAGNETOST.

CAMPO MAGNETICO di FILO DRITTO



$$|\vec{r}-\vec{r}'| = \sqrt{z'^2+R^2}$$

$R = |\vec{r}|$ $\quad \vec{r}' = (0,0,z')$

Biot-Savart

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} d\vec{l}(\vec{r}')\, I \times \frac{(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3} =$$

SIMMETRIA → cilindrica. $\vec{B}$ è radiale? ↳ NO!

$\vec{B}$ è PSEUDOVETTORE: regola mano dx ⇒ campo magnetico è diretto tangenzialmente attorno al filo, in coord cilindriche $\vec{B} \parallel \vec{e}_\varphi$ (versore diretto verso φ crescenti)

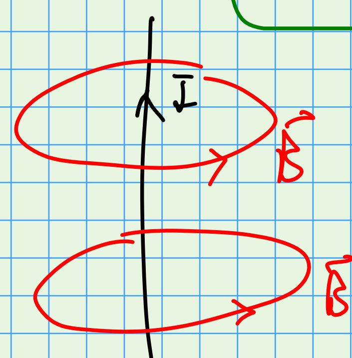
$$\begin{cases} x = R\cos\varphi \\ y = R\sin\varphi \\ z = z \end{cases}$$

$|\vec{a}\times\vec{b}| = ab\sin\vartheta$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\vec{e}_\varphi \int dz' \frac{I\sin\vartheta}{|\vec{r}-\vec{r}'|^2} \quad \sin\vartheta = \frac{r}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \quad = \frac{\mu_0}{4\pi}\vec{e}_\varphi I \int dz' \frac{|\vec{r}|}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3} =$$

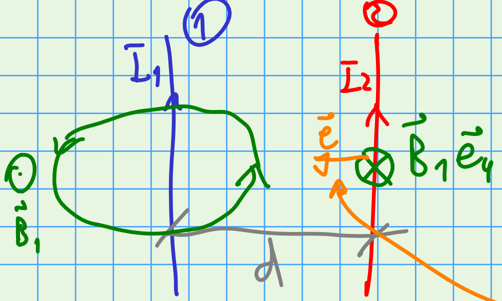
$dl(\vec{r}') = dz'$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi}\vec{e}_\varphi \int_{-\infty}^{+\infty} dz' \frac{R}{(z'^2+R^2)^{3/2}} = \vec{e}_\varphi \frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{2R}{R^2} = \boxed{\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0 I\,\vec{e}_\varphi}{2\pi R}}$$



FORZA TRA DUE FILI DIRITTI:

def Coulomb: ho una corrente di un Coulomb al secondo se due fili lunghi un m e distanti un m sono attratti da una forza di $2\cdot10^{-7}$ N



Forza tra i fili → 1° legge di Ampere

$$\vec{F}_2 = \int_{filo\,2} d\vec{l}_2\, I_2 \times \vec{B}_1 = \int d\vec{l}_2\, I_2 \times \vec{e}_\varphi \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{d}$$

$\vec{F}_2$: forza sul filo 2

$\vec{B}_1$: campo prodotto da filo 1, $\vec{B}_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{d}\vec{e}_\varphi$

fili ∥ ⇒ $|\vec{B}_1|$ alla pos filo 2 è costante

versore diretto

$$= \vec{e}\,\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{d}\underbrace{\int dl}_{L} = \vec{e}\,\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{d} L$$

se I_1 e I_2 hanno lo stesso segno ⇒ la forza è ∥ a $\vec{e}$
⇒ forza attrattiva

" I_1 " " segno opposto ⇒ " repulsiva

$$\mu_0 \overset{def}{=} 4\pi\, 10^{-7} \frac{N}{A^2} \Rightarrow F = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{d} L = 2 \times 10^{-7} N$$

$I_1 = I_2 = 1\,A$
$d = L = 1\,m$

$$I = \frac{C}{s} \Rightarrow C^2 = I^2 s^2 = \frac{2\pi}{\mu_0}\frac{d}{L} s^2$$

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I^2 L}{d}$$

LEGGI MAXWELL MAGNETOST

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_V d^3r'\; \vec{j}(\vec{r}') \times \frac{(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3} =$$

Biot-Savart

V ← volume t.c. tutte le correnti sono INTERNE $\vec{j}(\vec{r})$

$$= -\frac{\mu_0}{4\pi}\int d^3r' \frac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3} \times \vec{j}(\vec{r}') = \frac{\mu_0}{4\pi}\int d^3r'\; \vec{\nabla}_{\vec{r}} \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} \times \vec{j}(\vec{r}')$$

$$-\frac{\vec{r}-\vec{r}'}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3} = \vec{\nabla}_{\vec{r}} \frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi}\int d^3r'\; \vec{\nabla}_{\vec{r}} \times \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \boxed{\vec{\nabla}_{\vec{r}} \times \frac{\mu_0}{4\pi}\int d^3r' \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \vec{B}(\vec{r})}$$

$$\vec\nabla_{\vec r} f(\vec r) \times \vec j(\vec r\,') = (\partial_x f, \partial_y f, \partial_z f) \times \vec j =$$

$$= (\partial_x, \partial_y, \partial_z) f \times \vec j = \underbrace{(\partial_x, \partial_y, \partial_z)}_{\vec\nabla_{\vec r}} \times f \vec j$$

div rot = 0 $\quad \vec\nabla \cdot \vec\nabla \times \vec v = 0 \quad \forall \vec v$

div di ambo i m.

$$\boxed{\vec\nabla \cdot \vec B(\vec r) = 0}$$ ← 3° eq Maxwell (in magnetost, vale anche in eld)

interpretaz fisica: uso t. di Gauss flusso di $\vec B$ attraverso una $\forall$ sup chiusa $\int_{S=\partial V} d^2 r\, \hat n \cdot \vec B = \int_V d^3 r\, \vec\nabla \cdot \vec B = 0 \Rightarrow$ non ci sono cariche magnetiche

dato sperimentale: usato implicitamente: la legge di B-S deve essere interpretata in modo → il campo magnetico è generato solo dalle correnti (cioè non esistono cariche mag)

$$\vec\nabla_{\vec r} \times \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3 r' \frac{\vec j(\vec r\,')}{|\vec r - \vec r\,'|} = \vec B(\vec r)$$

rot di ambo i m.:

rot rot = grad div − laplac

$$\vec\nabla \times \vec\nabla \times \vec v = \vec\nabla(\vec\nabla \cdot \vec v) - \nabla^2 \vec v$$

$$\vec\nabla \times \vec B = \vec\nabla \times \vec\nabla \times \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3 r' \frac{\vec j(\vec r\,')}{|\vec r - \vec r\,'|} =$$

$$= \underbrace{\cancel{\frac{\mu_0}{4\pi} \vec\nabla \left(\vec\nabla \cdot \int d^3 r' \frac{\vec j}{|\vec r - \vec r\,'|} \right)}}_{=0} - \underbrace{\nabla^2 \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3 r' \frac{\vec j(\vec r\,')}{|\vec r - \vec r\,'|} \cdots}_{=-\mu_0 \vec j}$$

$$\frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3 r' \nabla^2_{\vec r} \frac{\vec j(\vec r\,')}{|\vec r - \vec r\,'|} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int d^3 r' \vec j(\vec r\,') \left(-4\pi \delta(\vec r - \vec r\,')\right.$$

$$\nabla^2 \frac{1}{r} = -4\pi \delta^{(3)}(\vec r)$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \; \vec{j}(\vec{r}) \; (-4\pi) = -\mu_0 \vec{j}(\vec{r})$$

$$\int d^3r' f(\vec{r}') \, \delta(\vec{r} - \vec{r}') = f(\vec{r})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \int d^3r' \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} = \int d^3r' \, \vec{\nabla}_r \cdot \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} =$$

compon vett $\vec{\nabla}$

$$= \int d^3r' \, \vec{j}(\vec{r}') \cdot \vec{\nabla}_r \underbrace{\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|}}_{\text{dipende dalla differenza di } \vec{r} - \vec{r}'} = \int d^3r' \, \vec{j}(\vec{r}') \cdot \left(-\vec{\nabla}_{r'} \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|}\right)$$

$$\vec{\nabla}_r f(\vec{r} - \vec{r}') = - \vec{\nabla}_{r'} f(\vec{r} - \vec{r}')$$

integraz per parti

$$= -\int_V d^3r' \left[\vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \right) - \cancel{\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \vec{\nabla} \cdot \vec{j}} \right] =$$

t. Gauss

$$\vec{j} \cdot \vec{\nabla} f = \vec{\nabla} \cdot (f \vec{j}) - f(\vec{\nabla} \cdot \vec{j})$$

derivaz prodotto

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0$$

legge di conservaz carica magnetost

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

$$= -\int_{S = \partial V} d^2r' \, \vec{n} \cdot \frac{\vec{j}(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} + \cancel{\int d^3r' \, 0}$$

è nullo su S: tutte le correnti sono interne a V

$$= 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{\nabla} \times \vec{B}(\vec{r}) = \mu_0 \vec{j}(\vec{r})}$$

← 4° eq Maxwell magnetost

(2° legge di Ampère o legge di Oerstedt)

in eld

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \cancel{\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}$$

Signif fisico → t. stokes ⇒ Forma alternativa (forma integrale)

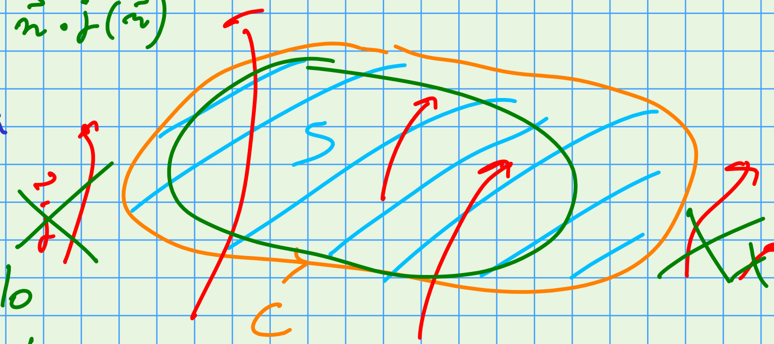
integro su una sup aperta ambo i m

$$\int_S d^2r \, \vec{n} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \int_S d^2r \, \vec{n} \cdot \mu_0 \vec{j}(\vec{r})$$

Th Stokes

$$\int_{C=\partial S} d\vec{r}\cdot\vec{B} = \mu_0 I_{racchiusa} \quad I_{racchiusa} = \int_S d^2r\, \vec{n}\cdot\vec{j}(\vec{r})$$

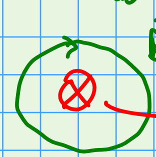
integro solo sui $\vec{j}$ che bucano la sup



LINEE di CAMPO del campo $\vec{B}$:

$\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0 \Rightarrow$ le linee di campo non iniziano o finiscono

$\Rightarrow$ { si chiudono su se stesse / vanno all'infinito



ci deve essere una corrente racchiusa

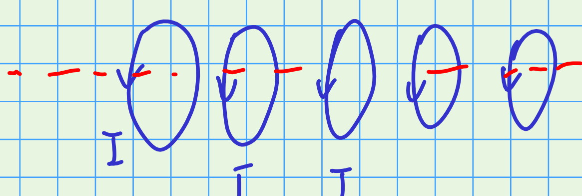
$$\boxed{\begin{array}{l}\vec{\nabla}\cdot\vec{B}=0\\ \vec{\nabla}\times\vec{B}=\mu_0\vec{j}\end{array}}$$

$\leftarrow$ abbiamo div e rot di $\vec{B}$ $\Rightarrow$ sono eq differenziali con una soluz determinata a patto di avere cond contorno

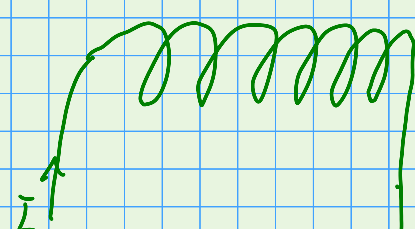
CAMPO MAGNETICO del SOLENOIDE ($\leftrightarrow$ BOBINA o INDUTTANZA)

solenoide: è sequenza infinita di dischetti di corrente con lo stesso asse

$\rightarrow$ e con densità infinita

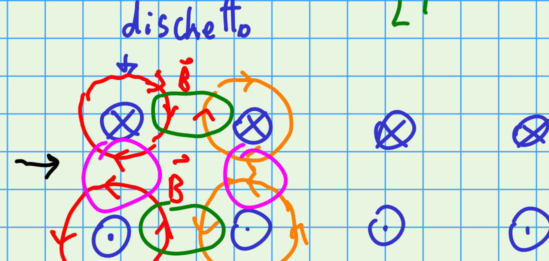


in pratica è un filo avvolto a spirale (è una approssimaz del solenoide)



CAMPO MAGNETICO

SEZIONE della bobina



zona verde → campo ~ nullo

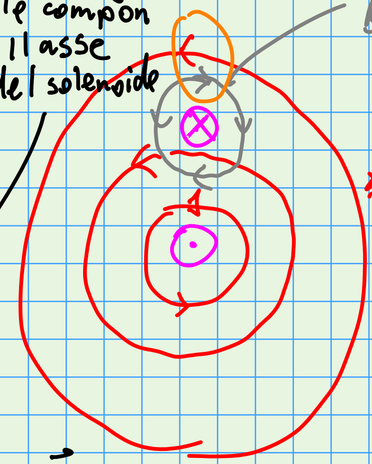
zona rosa → " somma

zona arancione (fuori dal solenoide) → campo ~ nullo

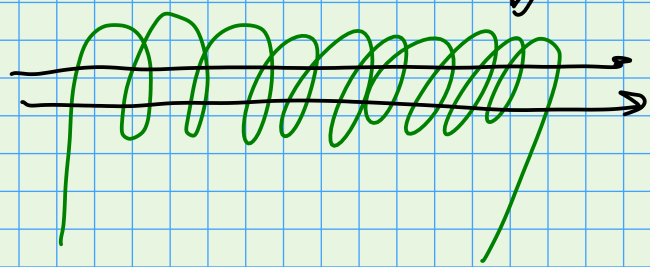
⇒ rimangono solo le compon ∥ asse del solenoide

$\vec{B}$ prodotto filo entrante

$\vec{B}$ prodotto dal filo uscente



⇒



$\vec{B} \to \vec{B} \parallel$ asse del solenoide

$\vec{B}_{fuori}$ è nullo