FISICA2 29/10/20

particella carica in moto nel campo mag

$\vec{F} = q\,(\vec{v} \times \vec{B}) \Rightarrow$ la partic sente una forza $\perp$ al moto $\rightarrow \vec{v}$

↳ traiettoria circolare

$$F = q\,v\,B\,|\sin\vartheta| = q\,v_{\perp}\,B$$

angolo tra $\vec{v}$ e $\vec{B}$

$v_{\perp} \overset{def}{=} v\,|\sin\vartheta|$

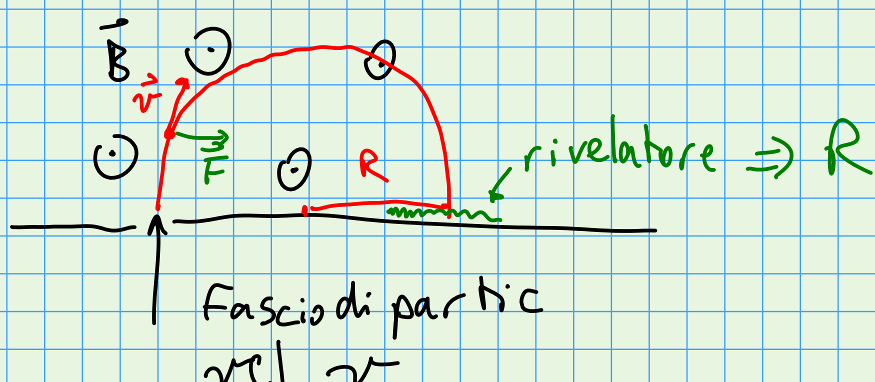
Forza centrifuga $\quad F_c = \dfrac{m\,v_{\perp}^2}{R}$

R raggio di curvatura

3° legge Newton $|\vec{F}| = |\vec{F}_c|$

$$\frac{m\,v_{\perp}^2}{R} = q\,v_{\perp}\,B \Rightarrow \boxed{R = \frac{m\,v_{\perp}}{qB}}$$

Spettrometro di massa: da R ricavare m



• LAVORO compiuto dal campo mag su una carica:

$$dW_{mag} = \vec{F}_{mag} \cdot d\vec{r} = q\,\underbrace{(\vec{v} \times \vec{B})}_{\perp \text{ a } \vec{v}} \cdot \vec{v}\,dt \overset{\text{prod scal tra vett } \perp}{=} 0$$

$\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt} \Rightarrow d\vec{r} = \vec{v}\,dt$

campo mag non compie lavoro

CORRENTE

def corrente $\stackrel{def}{=}$ quantità di carica che attraversa un punto $\vec{r}$ nell'unità di tempo

↑ estenderemo a linea / a superficie } densità di corrente

vettore il cui modulo

$$|\vec{I}| = \frac{dq(\vec{r})}{dt}$$ ← carica che transita da $\vec{r}$ nel tempo dt

direzione → direzione di moto delle cariche

verso → per convenzione è diretto nella direz di moto delle cariche pos

tipicamente le correnti sono dovute al moto di elettroni (cariche neg) ⇒ la corrente $\vec{I}$ è diretta in senso opposto al moto degli elettroni

unità di misura $A = \frac{C}{s}$ ← Coulomb ← sec

Ampére

MAGNETOSTATICA

non cariche stazionarie, si intende $\frac{dI}{dt} = 0$

$$\frac{d\rho}{dt} = 0$$

CORRENTE come movimento di densità lineare di carica:

densità lineare di carica $\lambda \stackrel{def}{=} \frac{dq}{dl}$ ← carica nel segmentino dl

velocità delle cariche $v = \frac{dl}{dt}$

dl

$$I = \lambda v = \frac{dq}{dl}\frac{dl}{dt} = \frac{dq}{dt}$$

se ho un filo $\vec{I}$ è $\parallel$ al filo

densità negativa per cariche neg

$$\vec{I} = \lambda_+ \vec{v}_+ - |\lambda_-| (-\vec{v}_-) = \lambda_+ \vec{v}_+ + |\lambda_-| \vec{v}_-$$

densità delle cariche +

corrente verso opposto al moto delle cariche neg

tipicamente gli elettroni si muovono estramente lenti

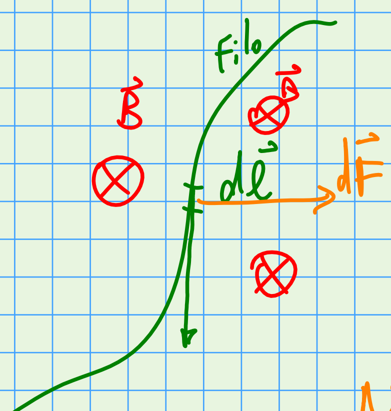
$\sim 20\ \mu/s$ nel rame 1A di corrente

eppure la velocità della corrente $\sim$ vel luce

perché? $\rightarrow$ tutto il filo è pieno di elettroni

analogia: rubinetto

1° Legge di AMPERE: filo percorso da corrente in campo magnetico



$$d\vec{F}(\vec{r}) = I\, d\vec{l}(\vec{r}) \times \vec{B}(\vec{r})$$

Forza che agisce su $d\vec{l}$

Non è legge sperimentale: è una conseguenza della Forza di Lorentz

$I = \frac{dq}{dt}$

1° legge Ampere = Forza di Lorentz: $d\vec{F} = I\, d\vec{l} \times \vec{B} = \frac{dq}{dt} d\vec{l} \times \vec{B} = dq\, \vec{v} \times \vec{B}$

il tempo impiegato dalle cariche dq a percorrere $d\vec{l}$

$\vec{v} = \frac{d\vec{l}}{dt}$

vel delle cariche nel filo

elettroni sono vincolati nel filo

di solito corrente è cost lungo il filo

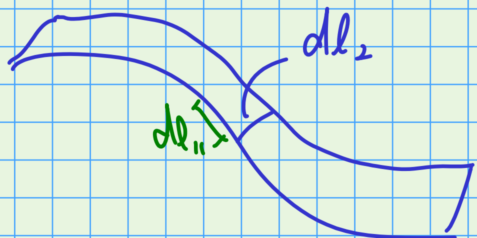
Forza su tutto il filo è

$$\vec{F}_T = \int d\vec{F} = \int_{filo} d\vec{l} \times \vec{B}\, I(\vec{l}) = I \int d\vec{l} \times \vec{B}(\vec{l})$$

MOTORE LINEARE

Densità di corrente

- Densità lineare (lungo un filo) $\equiv$ corrente $\nearrow$ $\vec{I} = \lambda \vec{v}$
- densità di superficie di corrente: consideriamo un nastro di larghezza $dl_\perp$ e guardiamo le cariche che si muovono $\perp$



densità di corrente sup:

$$\underbrace{\vec{K} \overset{def}{=} \frac{\vec{I}}{dl_\perp} = \sigma \vec{v}}$$

σ densità di carica di sup

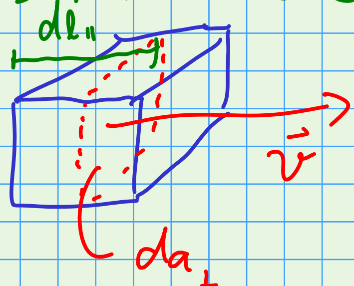
$\vec{v}$ vel delle cariche

$$|\vec{K}| = \frac{dq}{dt\, dl_\perp} = \frac{\sigma\, dl_\perp dl_\parallel}{dt\, dl_\perp} = \sigma \frac{dl_\parallel}{dt} = \sigma v$$

$\sigma = \frac{dq}{da} \leftarrow$ carica della sup $da = dl_\parallel dl_\perp$

def DENSITÀ di CORRENTE $\vec{j} \overset{def}{=} \frac{\vec{I}}{da_\perp} = \rho(\vec{r})\, \vec{v}(\vec{r})$

$\vec{v}(\vec{r})$: campo vett: la vel delle cariche nel punto $\vec{r}$



$$\frac{I}{da_\perp} = \frac{dq}{dt\, da_\perp} = \rho \frac{dV}{dt\, da_\perp} =$$

$\rho = \frac{dq}{dV} \leftarrow$ carica nel volume dV

$$= \rho \frac{da_\perp dl_\parallel}{dt\, da_\perp} = \rho v$$

$dV = da_\perp dl_\parallel$

FORZA LORENTZ:
(per densità di carica)

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}) = \int_V d^3r\, \rho(\vec{r})\, \vec{v}(\vec{r}) \times \vec{B}(\vec{r})$$

$$= \int d^3r\, \vec{j} \times \vec{B}$$

CONSERVAZIONE della CARICA ELETTRICA → principio fisico

∃ processi per creare elettroni, ma creano sempre anche positroni ⟷ partic con carica opposta a elettrone

↳ creazione di coppie

⇒ tutte le variaz di carica elettrica sono dovute a correnti:

$$\underbrace{-\frac{d}{dt}q}_{\text{variaz della carica}} = -\frac{d}{dt}\overbrace{\int_V d^3r\, \rho(\vec{r})}^{q \text{ del volume } V} = +\int_{S=\partial V} d^2r\, \vec{n}\cdot\vec{j} \overset{\text{t. gauss}}{=} \int_V d^3r\, \vec{\nabla}\cdot\vec{j}$$

variaz carica in V crea un flusso di corrente attraverso $S=\partial V$

diminuz di carica positiva nel volume è dovuta a corrente USCENTE dal volume ⇒ $\vec{j}$ ha stesso verso di $\vec{n}$

$$\int_V d^3r \left(\frac{\partial \rho(\vec{r})}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot\vec{j}(\vec{r})\right) = 0 \quad \forall V$$

$$\Longleftrightarrow \boxed{\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot\vec{j} = 0}$$

legge di conservazione della carica → empirica (prin fisico)

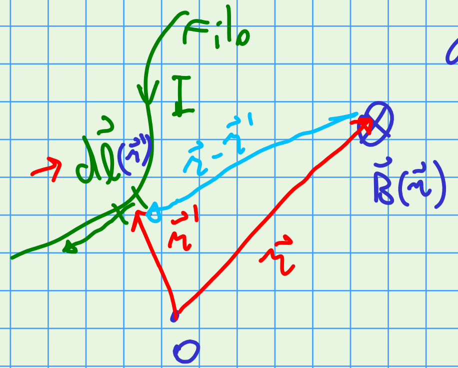
eq di CONTINUITÀ della carica

nuovo postulato? → NO: le eq Maxw (postulati) contengono la conservaz della carica

MAGNETOSTATICA $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{j} = 0}$ ← in magnetost

LEGGE di BIOT-SAVART → prin fisico

(è l'analogo della legge Coulomb in e/s) il campo magnetico è prodotto da correnti elettriche



$$d\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{2\pi} I \frac{d\vec{l}(\vec{r}\,') \times (\vec{r}-\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3}$$

$d\vec{B}(\vec{r})$: campo mag prodotto dall'elemento di filo $d\vec{l}$

μ_0: MKS

$\mu_0 \overset{def}{=}$ permeabilità del vuoto $\overset{def}{=} 4\pi \cdot 10^{-7} \; \frac{N}{A^2}$

campo mag $\propto$ alla corrente

$\propto \frac{1}{R^2}$ R: distanza da $d\vec{l}$ $\quad dV(\vec{r}\,') = d^3 r'$

$$d\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{2\pi} \vec{j}\, da_\perp\, d\vec{l}(\vec{r}\,') \times \frac{(\vec{r}-\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3} = \frac{\mu_0}{2\pi} da_\perp\, dl(\vec{r}\,') \frac{\vec{j} \times (\vec{r}-\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3}$$

$\vec{j} = \rho \vec{v}$ $\quad I = \vec{j}\, da_\perp$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi} d^3 r'\, \vec{j}(\vec{r}\,') \times \frac{(\vec{r}-\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3} = \frac{\mu_0}{2\pi} d^3 r'\, \rho(\vec{r}\,')\, \vec{v}(\vec{r}\,') \times \frac{(\vec{r}-\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3}$$

Campo mag totale $\rightarrow$ prin Sovrapp (prin fisico)

$$\vec{B}_{TOT}(\vec{r}) = \int d\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{2\pi} \int_V d^3 r'\, \rho(\vec{r}\,')\, \vec{v}(\vec{r}\,') \times \frac{(\vec{r}-\vec{r}\,')}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|^3}$$

UNITÀ di MISURA del campo magnetico: MKS

$$[B] = \frac{N}{C\,(m/s)} = \frac{N}{A\,m} = T = \frac{V\,s}{m^2}$$

N: Newton; C: Coulomb; m/s: vel; $\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$; $C/s = A$; T: Tesla (MKS)

$$[B] = \left[\frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I\, dl}{r^2}\right] = \frac{N}{A^2} \frac{A\,m}{m^2} = \frac{N}{A\,m}$$

$[\mu_0] = \frac{N}{A^2}$

(cgs $\vec{F} = \frac{q}{c} \vec{v} \times \vec{B}$ $= q\vec{E}$ $\quad [B]_{dim} = [E]_{dim}$ $\quad$ in cgs $\rightarrow$ campo mag in Gauss)