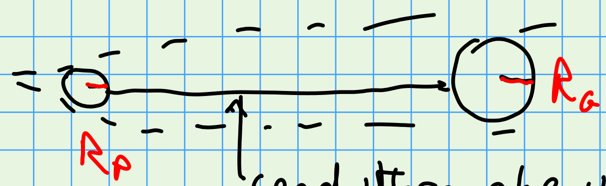
FISICA 2 — 21/10/20

PARAFULMINE → EFFETTO PUNTA → le cariche elettr si concentrano sulle punta dei conduttori

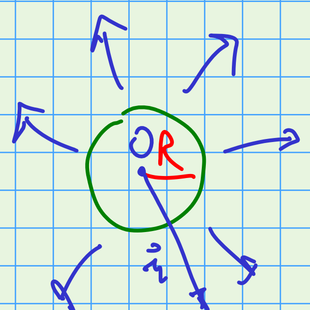


conduttore che unisce

← approssimaz di punta

Potenziale di sfera carica

Campo esterno → è lo stesso di una carica puntif nel centro

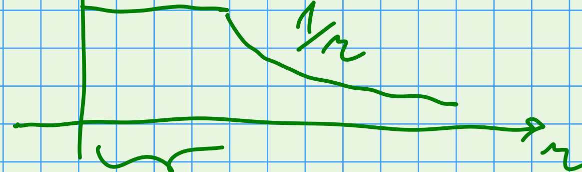


$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} Q \frac{\vec{r}}{r^3}$$ (l'origine assi è nel centro)

campo nullo dentro

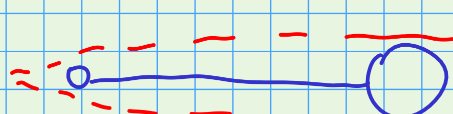
Potenziale fuori → stesso di una carica puntif

$$V_{fuori}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r}$$



pot dentro cost

pot sup sfera $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{R}$ ← raggio sfera



due sfere sono equipot (unite da un conduttore)

$$V_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_P}{R_P} = V_G = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_G}{R_G}$$

$\uparrow$ pot sfera piccola $\qquad$ $\uparrow$ pot sfera grande

Q_P: carica su sfera piccola

Q_G: " " " grande

(approx → sfere suffic distanti da non influenzarsi troppo → trascuriamo induz els)

$$Q_P = \frac{R_P}{R_G} Q_G$$

densità di carica $\sigma = \frac{Q}{A}$ ← sup

$$\sigma_G = \frac{Q_G}{4\pi R_G^2} \qquad |\sigma_P| = \left|\frac{Q_P}{4\pi R_P^2}\right| = \left|\frac{Q_G}{4\pi R_P R_G}\right| > |\sigma_G|$$

$\uparrow$ $R_P < R_G$

densità di carica è maggiore su sfera piccola → effetto punta: la carica tende a concentrarsi sulle punte

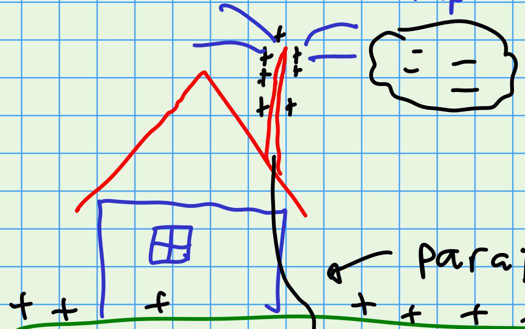
densità di carica ~ inversam prop al raggio^2 di curvatura locale

MODULO della CARICA

PARAFULMINE: il |campo el| è massimo appena fuori alla punta del conduttore

$$E_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_P}{R_P^2} > \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_G}{R_G^2}$$

$\uparrow$ stessa dim del σ (anche E dipende dall'inverso del quadrato del raggio)



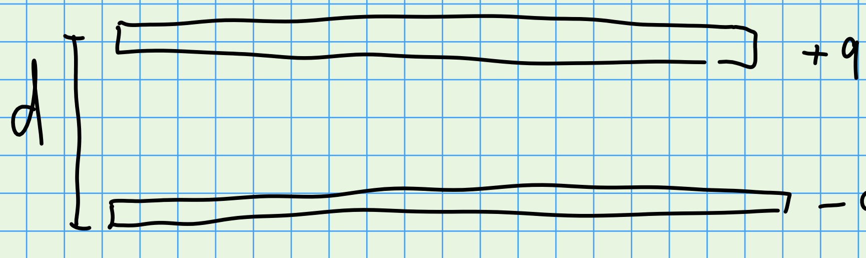
← parafulmine è equipot al terreno

linee di campo dense vicino al parafulmine
⇒ le cariche nell'atmosfera (ioni, elettroni liberi)

accelerate verso parafulmine
⇒ vento carica → tende a incanalare i fulmini → quando la ddp maggiore di ~ 10^6 V per ogni m

CONDENSATORE → elemento circuitale

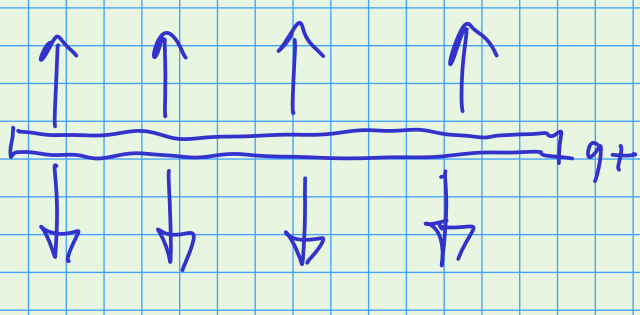
def condensatore piano → 2 piastre cariche con carica uguale - opposta messe di fronte l'una all'altra



approx → sup molto grandi (trascurare effetti di bordo)

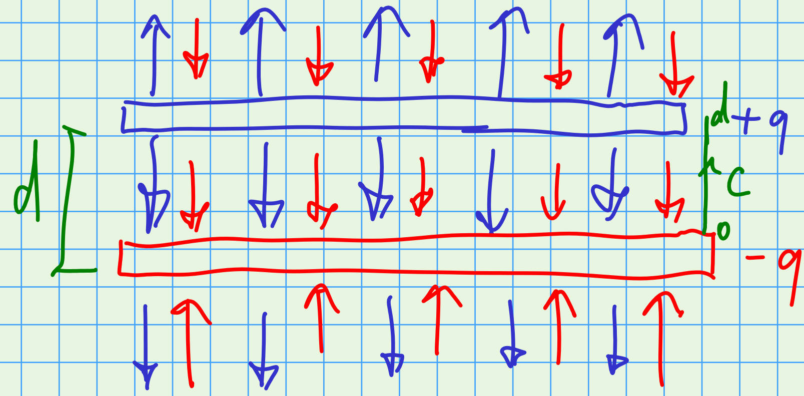
simmetria → cariche si distribuiscono uniform

avevamo calcolato campo el di piastra unif carica



$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

densità di carica



$\vec{E}_{fuori} = 0$

← prin sovrappos

$$\vec{E}_{dentro} = \frac{|\sigma|}{2\varepsilon_0} + \frac{-|\sigma|}{2\varepsilon_0}$$

↑ campo della piastra +   ↑ piastra −

$$= \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0 A}$$

← sup del condens

differenza pot tra piastre

$$V = |V_{+q} - V_{-q}| = \left|-\int_0^d d\vec{r}\cdot\vec{E}\right| = \left|\vec{E}\cdot\int_0^d d\vec{r}\right| = Ed = \frac{dq}{\varepsilon_0 A}$$

↑ voltaggio

pot piastra posit

" " neg

CAPACITÀ def $\boxed{C \overset{def}{=} \frac{|q|}{V}}$ carica immagazzinata per unità di voltaggio

condensatore → è un serbatoio di carica elettrica (e un serbatoio di energia → en del campo el)

unità di misura: FARAD $= \frac{\text{Coulomb}}{\text{Volt}}$

condensatore piano
capacitor

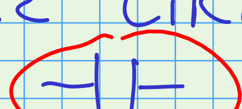
$$C = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

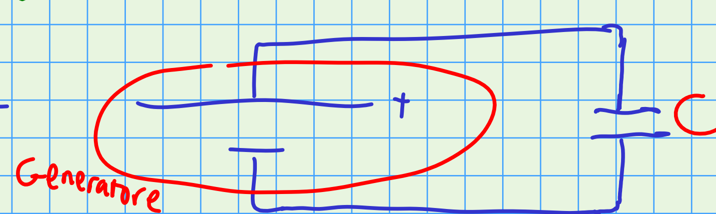
es: $A = 1\ cm^2$, $d = 1\ mm$

$$C = \varepsilon_0 \frac{10^{-4}\ m^2}{10^{-3}\ m} \simeq 10^{-12}\ F = 1\ pF$$

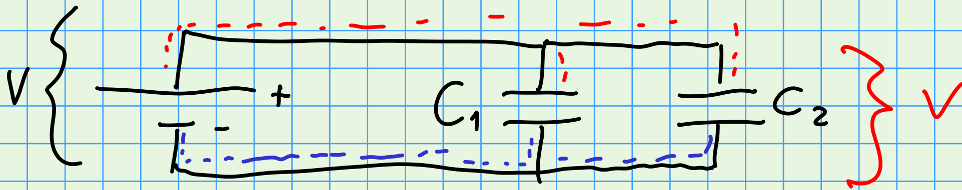
$$\varepsilon_0 = 8.9 \times 10^{-12}\ C^2 N^{-1} m^{-2}$$

NOTAZ CIRCUITALE





CONDENSATORI in PARALLELO — capacità totale?



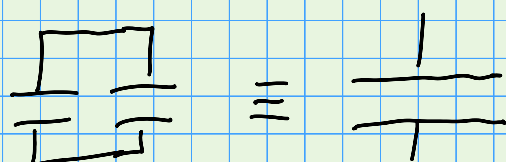
parallelo

$$C_1 = \frac{Q_1}{V_1} \qquad C_2 = \frac{Q_2}{V_2} \qquad V_1 = V_2 = V$$

$$V = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} \qquad C_{TOT} = \frac{Q_{TOT}}{V_{TOT}} = \frac{Q_{TOT}}{V} = \frac{Q_1}{V} + \frac{Q_2}{V}$$

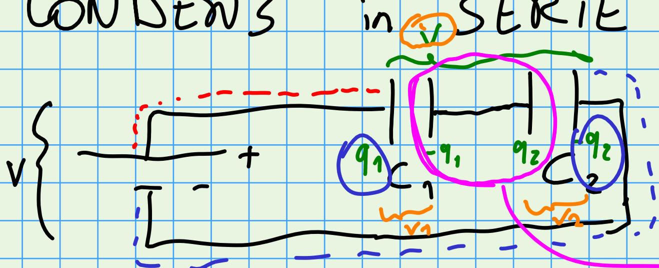
$$Q_{TOT} = Q_1 + Q_2 \qquad \boxed{C_{TOT} = C_1 + C_2}$$

intuitivam



$C \propto A$

CONDENS in SERIE → capacità tot?



$V_1 \neq V_2$

$V = V_{TOT} = V_1 + V_2$

è un condutt isolato ⇒ ha carica tot nulla

$-q_1$ e q_2 sono cariche indotte

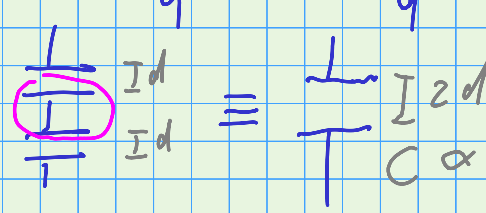
$\Rightarrow |q_1| = |q_2|$ $\qquad q_1 = q_2 = q_{TOT}$

$$C_1 = \frac{q_1}{V_1} \qquad C_2 = \frac{q_2}{V_2} \qquad C_{TOT} = \frac{q_{TOT}}{V_{TOT}}$$

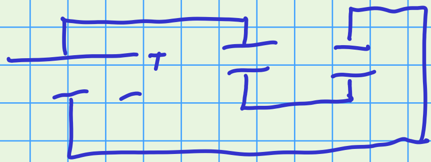
$$C_{TOT} = \frac{q}{V_{TOT}} = \frac{q}{V_1 + V_2} \qquad \frac{1}{C_{TOT}} = \frac{V_1 + V_2}{q} = \underbrace{\frac{V_1}{q}}_{=1/C_1} + \underbrace{\frac{V_2}{q}}_{=1/C_2}$$

$$\boxed{\frac{1}{C_{TOT}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

intuitivam



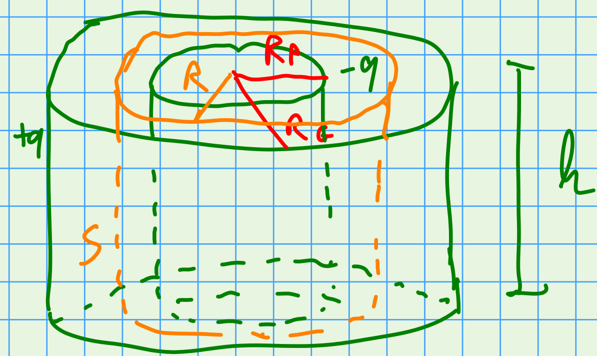
$C \propto \frac{1}{dist}$



← SERIE

esercizio

capacità di 2 cilindri conduttori coassiali di altezza h e raggi r_p e r_G



capacità?

(trascurare bordo)

$$C = \frac{q}{V} \qquad \text{per calcolare } V \longrightarrow \text{calcolare } \vec{E}$$

SIMMETRIE → • $\vec{E}$ sarà radiale rispetto all'asse dei cilindri

• $|\vec{E}|$ dipende dalla dist dal centro

Calcoliamo E usando t. Gauss su un volume cilindrico intermedio

cilindro arancione raggio $R \in [R_P, R_G]$ cilindro → V, $S = \partial V$ (↑ vol, sup)

$$\int_{S=\partial V} d^2r \, \vec{n} \cdot \vec{E} = \underbrace{E(R)\, 2\pi R h}_{\text{sup laterale cilindro}} = \int_V d^3r \, \vec{\nabla} \cdot \vec{E} \overset{1^\circ \text{eq M}}{=} \int_V d^3r \, \frac{\rho}{\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$\uparrow$ t Gauss

$\vec{n} \perp \vec{E}$ sulle basi

campo el dip solo da dist dal centro

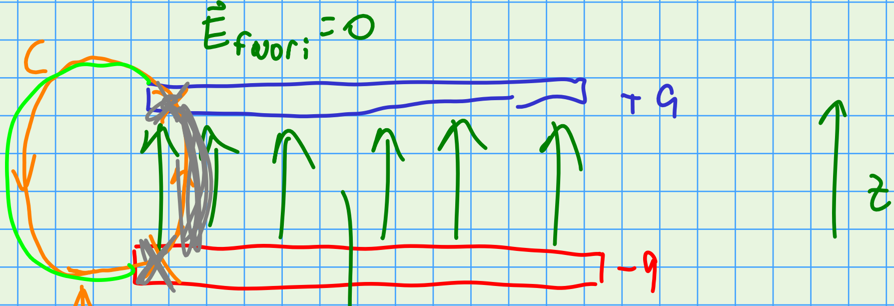
q: carica tot del cilindro interno

$$E(R) = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 R h}$$

ddp tra i cilindri $\quad V = |V_P - V_G| = \left| -\int_{R_P}^{R_G} d\vec{r} \cdot \vec{E} \right| =$

$$= \left| \int_{R_P}^{R_G} dR \, \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 h} \frac{1}{R} \right| \quad \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 h} \left| \ln \frac{R_G}{R_P} \right| \quad \Rightarrow C = \frac{q}{V} = \frac{2\pi\varepsilon_0 h}{\ln \frac{R_G}{R_P}}$$

APPROSSIMAZ del trascurare effetti di bordo



$\vec{E}_{dentro} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{u}$ ← versore // asse z

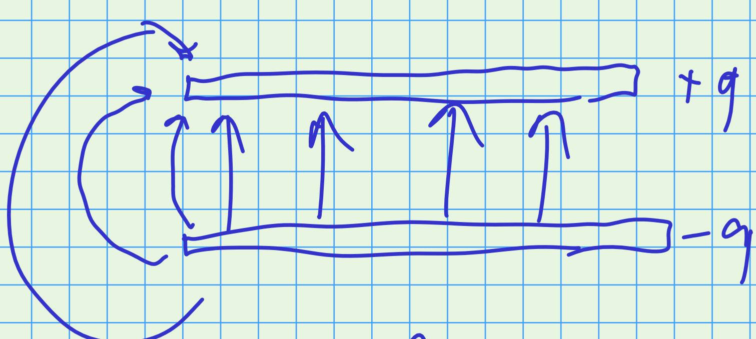
integrale di Circ. lungo C è diverso da zero

nel tratto grigio   è zero nel tratto verde

$$0 \neq \oint_{C=\partial S} d\vec{r}\cdot\vec{E} = \int_S d\Sigma\ \vec{n}\cdot\vec{\nabla}\times\vec{E} = 0$$

t. Stokes $\vec{\nabla}\times\vec{E} = 0$

il fatto che campo esterno sia nullo è approx!



campo fuori è piccolo

Densità di energia del cond piano

$|\vec{E}_{dentro}| = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \Rightarrow$ energia del campo el

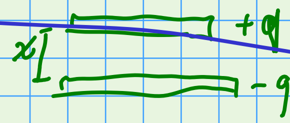
$$W_{TOT} = \int_{R^3} d^3r\ \frac{\varepsilon_0}{2}E^2 = \frac{\varepsilon_0}{2}\int_{V_{cond}} d^3r \left(\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\right)^2 =$$

vol condensat   (fuori $E=0$)

$V_{cond} = Ad$ dist tra piastre; sup

$$= \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0} V_{cond} =$$

$$W_{TOT} = \frac{1}{2\varepsilon_0}\sigma^2 A d$$

Forza tra le piastre 

Forza di Lorentz

$$dW = F\,dx \quad \Rightarrow \quad F = \frac{\partial W}{\partial x} = \frac{\partial W}{\partial d} = \frac{\sigma^2 A}{2\varepsilon_0}$$

x e' dist tra piastre d

ENERGIA in termini della ddp